

Probability

Solved Examples

Prof. Dr. Mostafa Elhosseini

<https://youtube.com/drmelhosseini>

| Note...

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

1- قاعدة المكمل
لأي حدث A

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

إذا كانت A, B أحداث متنافية فإن

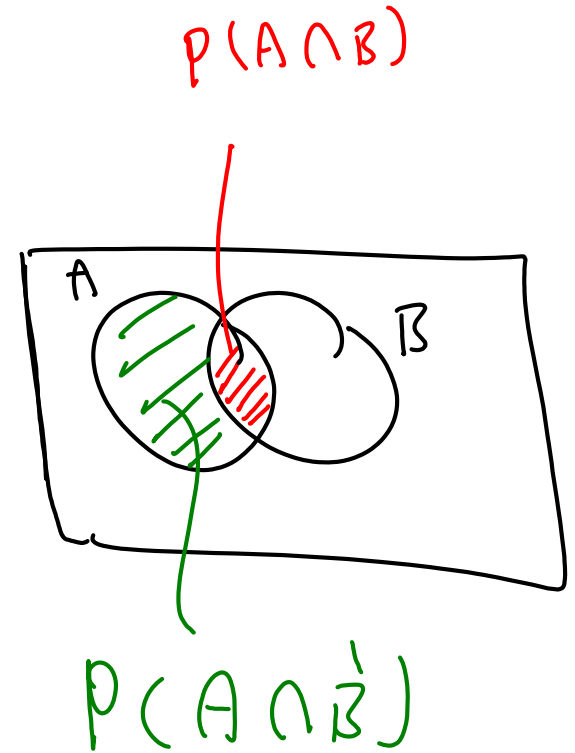
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

2- القاعدة الخاصة لجمع
الاحتمالات
إذا كان: A, B حدثين في فضاء
عينة فإن :

$$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

3- الفرق

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B')$$



| Example 01

■ Given that: $P(A) = 0.4$ $P(B) = 0.5$ $P(A \cap B) = 0.2$, Find:

(a) $P(A \cup B)$

(b) $P(A' \cap B)$

(a)

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= 0.4 + 0.5 - 0.2 = 0.7 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} P(B) &= P(B \cap A) + P(B \cap A') \\ P(B \cap A') &= P(B) - \underline{P(B \cap A)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B \cap A') &= 0.5 - 0.2 \\ &= 0.3 \end{aligned}$$

Example 02

Given that: $P(A) = P(B) = 0.4$ $P(A \cap B) = 0.2$, Find:

- (a) The Probability that only one event is happened A, B
- (b) The Probability that at least one event is happened
- (c) The Probability that at most one event is happened

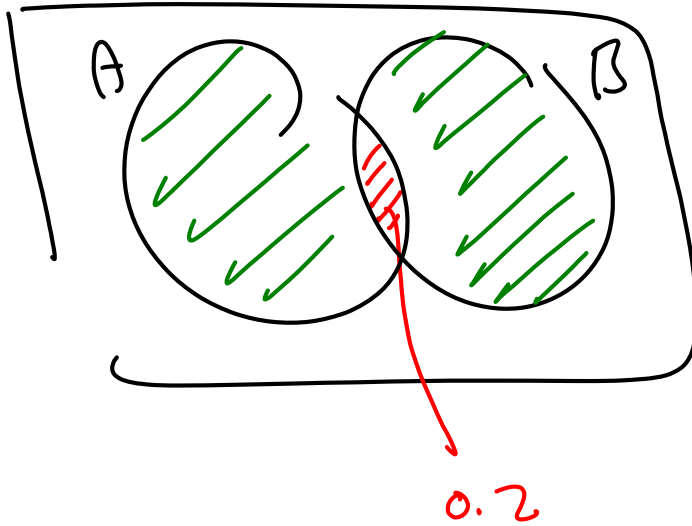
(a) $P(A - B) = P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$
 $= 0.4 - 0.2 = 0.2$

$P(B - A) = P(B \cap A') = P(B) - P(A \cap B)$
 $= 0.4 - 0.2 = 0.2$

$$\begin{aligned} P((A - B) \cup (B - A)) \\ \Downarrow \\ &= P(A - B) + P(B - A) \\ &= 0.2 + 0.2 \\ &= \underline{\underline{0.4}} \end{aligned}$$

(b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $= 0.6$

(C)



$$P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) \\ = 1 - 0.2 = 0.8$$

Example 03

- إذا كانت نسبة الأشخاص الذين أسنانهم صفراء في مدينة ما 70% وكانت نسبة الأشخاص الذين يدخنون 40% ونسبة الأشخاص الذين أسنانهم صفراء ويدخنون 30% فإذا اخترنا شخصاً عشوائياً من تلك مدينة، فأوجد احتمال الأحداث التالية:
- أن يكون أسنانه صفراء أو يدخن. ←
- ألا يكون ذو أسنان صفراء.
- أن يكون مدخن وأسنانه ليست صفراء.

$A \Rightarrow$ أسنان صفراء

$B \Rightarrow$ مدخن

$$P(A) = 0.7$$

$$P(B) = 0.4$$

$$P(A \cap B) = 0.3$$

$$P(A \cup B)$$

$$= P(A) + P(B)$$

$$- P(A \cap B)$$

$$= 0.7 + 0.4$$

$$- 0.3$$

$$= 0.8$$

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

$$= 0.3$$

$$P(B \cap A^c) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0.4 - 0.3 = 0.1$$

| References

- Statistics for Engineers and Scientists, Fourth Edition, William Navidi
Colorado School of Mines
- Khan Academy